

<ポテンシャル流れ>

1. 非粘性・非圧縮性流体の二次元定常渦なし流れに関して、次式で与えられる2次元複素ポテンシャルを考える。

$$W = U_0 \left(z + \frac{a^2}{z} \right)$$

ただし、 z は複素変数で

$$z = x + iy = re^{i\theta}$$

と表される。また、 a は正の定数とする。以下の問いに答えよ。

- (1) W の実部と虚部を求め、速度ポテンシャル $\phi(r, \theta)$ と流れ関数 $\psi(r, \theta)$ を求めよ。
 - (2) 問(1)の結果を用いて、 r 方向速度成分 $u_r(r, \theta)$ と θ 方向速度成分 $u_\theta(r, \theta)$ を求めよ。
 - (3) 問(2)の結果を用いて、 x 方向速度成分 $u_x(r, \theta)$ と y 方向速度成分 $u_y(r, \theta)$ を求めよ。
 - (4) 問(2)の結果を用いて、 $r = a$ における流れ場の様子を説明せよ。
 - (5) 問(3)の結果を用いて、原点から十分離れた場所での流れ場の様子を説明せよ。
 - (6) ポテンシャル W によって与えられる流れ場の概略図を示せ。
2. 次式で与えられる2次元複素速度ポテンシャルを考える。

$$W = \alpha \ln z$$

ただし、 α は複素定数、 z は複素変数で、

$$\alpha = a - ib \quad (a \geq 0, b \geq 0)$$

$$z = x + iy = re^{i\theta}$$

と表される。

また、原点の周りを反時計回りに1周する閉曲線を C とし、 Q と Γ を

$$Q = \oint_C (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) ds$$

$$\Gamma = \oint_C \mathbf{u} \cdot d\mathbf{s}$$

とする。以下の問いに答えよ。

- (1) W の実部と虚部を求め、速度ポテンシャル $\phi(r, \theta)$ と流れ関数 $\psi(r, \theta)$ を求めよ。
- (2) 問(1)の結果を用いて、 r 方向速度成分 $u_r(r, \theta)$ と θ 方向速度成分 $u_\theta(r, \theta)$ を求めよ。

- (3) $b=0$ の場合における流線を図示せよ. さらに, Q と Γ を求めよ.
- (4) $a=0$ の場合における流線を図示せよ. さらに, Q と Γ を求めよ.
3. 図 1 に示すような角を回る非粘性・非圧縮性流体の二次元定常渦なし流れに関して, 次式で与えられる 2 次元複素速度ポテンシャルを考える.

$$W = A z^\alpha$$

ただし, A は複素定数, z は複素変数で, それぞれ

$$A = |A| e^{i\beta}, \quad z = x + iy = r e^{i\theta}$$

と表される. また, α は正の定数, β は $-\pi < \beta < \pi$ の定数とする. 以下の問いに答えよ.

- (1) W の実部と虚部を求め, 速度ポテンシャル $\phi(r, \theta)$ と流れ関数 $\psi(r, \theta)$ を求めよ.
- (2) 問(1)の結果を用いて, r 方向速度成分 $u_r(r, \theta)$ と θ 方向速度成分 $u_\theta(r, \theta)$ を求めよ.
- さらに, x 方向速度成分 $u_x(x, y)$ と y 方向速度成分 $u_y(x, y)$ を求めよ.

- (3) 問(2)での結果を用いて, $u_\theta(r, 0)$ に関する境界条件より β を求めよ.
- (4) 問(2)(3)の結果を用いて, $u_\theta(r, \frac{3}{2}\pi)$ に関する境界条件より α を求めよ.
- (5) 問(2)(3)(4)の結果を用いて, 原点における流れ場の様子を説明せよ.

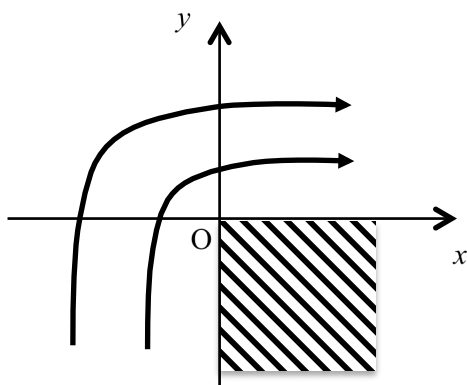


図 1

<管内流>

1. 図2に示すように、2種類の流体Aと流体Bが互いに混合することなく一定の圧力勾配 $\frac{dp}{dx} = F_0 (<0)$ により平行平板間を x 方向に速さ $U(y)$ で流れている。流れは十分発達しているものとし、流体Aが流れている幅を a 、流体Bが流れている幅を b とする。また、流体Aと流体Bの粘性係数をそれぞれ μ_A, μ_B し、壁では粘着条件が成立しているものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 壁上で成立する流速に関する条件を示せ。
- (2) 流体Aと流体Bの境界で成立する条件を示せ。
- (3) $U(y)$ を求めよ。
- (4) 問(3)の結果を用いて、 $\mu_A > \mu_B$ の場合の流速分布の概略図を示せ。
- (4) この状態から、 $F_0 (<0)$ をさらに小さくするどのような現象が生じるかを記せ。

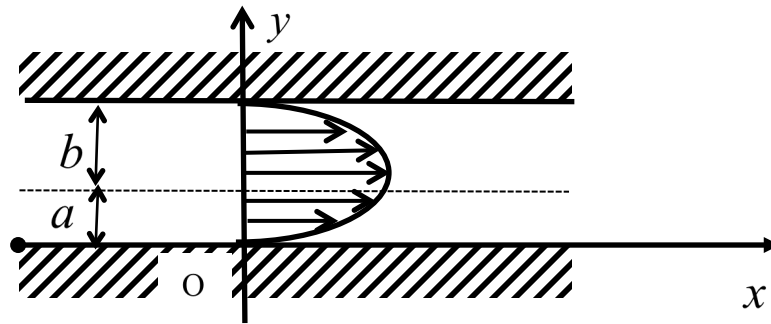


図2

2. 図3に示すような、内半径が a で外半径が b ($b > a$) で長さが1の同心の二重管を考える。この二重管の隙間を粘性係数が μ の流体で満たし、外側の管は固定し、内側の管を角速度 ω で回転させる。ただし、流れは層流とし、壁上では粘着条件が成立しているものとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 壁上で成立する条件を示せ。
- (2) 流速分布を求めよ。
- (3) 内側の管を回転させるのに必要なトルクを求めよ。
- (4) 外側の管を固定するのに必要なトルクを求めよ。

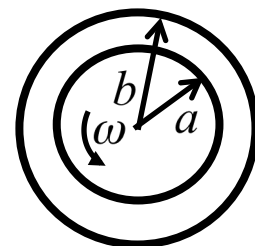


図3